Université de Marne-la-Vallée **L3 Maths, Mass et IMI**

2013-2014

Analyse numérique TP1

Initiation à Scilab, arithmétique des ordinateurs et calcul d'erreur

---

Introduction

Commençons par quelques détails techniques :

1. Lancer Linux
2. Se "loguer"
3. Ouvrir un terminal (Applications/Accessoires/Terminal)
4. Créer un répertoire scilab dans votre répertoire courant `mkdir scilab`, se déplacer dans ce nouveau répertoire `cd scilab` et créer un sous-répertoire pour ce premier TP, par exemple `mkdir tp1` suivi de `cd tp1`.
5. Démarrer par la simple commande `scilab`.
6. Sous `scilab`, tester les commandes d'aide `help, help while, help integration...`
7. Pour les scripts ou les fonctions, on pourra utiliser l'éditeur intégré en cliquant sur "Editor", puis "File", "New". Pour l'exécuter il suffit de cliquer sur "Execute" puis "Load into Scilab". Créer un petit script (par exemple 3*4). Vérifier qu'il s'exécute correctement.

Exercice 1. Arithmétique machine

Taper les lignes suivantes sous scilab :

```
x=1.0e+30
y=1.0e-8
z=((y+x)-x)/y
w=(y+(x-x))/y
```

Commenter, expliquer.

Exercice 2. Quelques commandes scilab

Taper les lignes de commandes suivantes et commenter les résultats obtenus.

$$x = [0\ \ 1\ \ 2\ \ 3] \qquad y = [1\ \ 1\ \ 2\ \ 2] \qquad z = y'$$

$$2 * x \qquad x + y \qquad \sin(x) \qquad x.^{\wedge 2} \qquad x. * y \qquad x./y$$

$$x(2) + y(3) \qquad \texttt{length}(x) \qquad \texttt{sum}(x) \qquad \texttt{cumsum}(x)$$

$$\texttt{ones}(1,5) \qquad \texttt{ones}(x) \qquad s = 2 : 0.2 : 7 \qquad t = 1 : 12 \qquad u = \texttt{linspace}(1,3,10)$$

Exercice 3. Arithmétique machine

On notera $\mathrm{fl}(x)$ la représentation d'un nombre x par scilab.

1. **Successeur machine de 1.**
   - Ecrire un script fournissant la précision relative **eps**. On cherchera pour cela à déterminer la plus grande puissance n telle que
   $$\mathrm{fl}(1+2^{-n}) \neq 1.$$
   On utilisera une boucle `while` et le test d'égalité `==` ou de non égalité <>.
   - Comparer avec la variable scilab %eps. On pourra changer le format d'affichage. Faire `help format` pour voir les options.
2. Que dire de $1+\mathbf{eps}/2$? On pose $x = 1+0.55*\mathbf{eps}$. Calculer l'erreur d'affectation $|x-\mathrm{fl}(x)|$. Quelle est l'erreur relative dans le calcul $z = x-1$?
3. Soit $N = 20$. Il s'agit de calculer les vecteurs
   $$f_k = 1+k*\mathbf{eps}/2,\ g_k = f_k - 1\ ,\ h_k = g_k/(k*\mathbf{eps}/2)$$
   pour $k = 1, \ldots, N$ puis de comparer et commenter les résultats.
   Pour cela, on construira le vecteur
   $$[1, 2, \ldots, N]$$
   grâce à la commande `1:N` puis le vecteur
   $$[\mathbf{eps}/2, 2*\mathbf{eps}/2, \ldots, N*\mathbf{eps}/2]$$
   et on utilisera les opérations coordonnées par coordonnées : $.*$, $./$, ...
   Expliquer pourquoi scilab donne notamment
   $$\frac{(1+5*\frac{\mathbf{eps}}{2})-1}{5*\frac{\mathbf{eps}}{2}} = 0.8$$

Exercice 4. Un développement instable

On cherche à calculer $(1-x)^6$ pour des valeurs de x proche de 1.

1. Construire le vecteur x dont les coordonnées sont $k10^{-5}$ pour $k = 99990$ à 100010.
2. On définit le vecteur binome1 dont les coordonnées sont les coordonnées de $(1-x)$ à la puissance 6 et binome2 celui qui est obtenu en développant à l'aide de la formule de Newton. Faire un tableau comparant les résultats. Commenter.
3. Donner une représentation graphique en utilisant `plot`.

Exercice 5. Méthode de Hörner

Ecrire l'algorithme de Hörner. Comparer les temps d'exécution avec l'algorithme naïf sur plusieurs exemples.... On pourra utiliser les commandes `tic` et `toc`.
Si $P(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$, comparer les erreurs commises par ces sommes partielles de l'exponentielle en calculant par la méthode naïve et en utilisant la formule
$$P(x) = 1+x\left(1+\frac{x}{2}\left(1+\frac{x}{3}\left(1+\ldots\left(1+\frac{x}{n-1}\left(1+\frac{x}{n}\right)\right)\ldots\right)\right)\right).$$
ainsi que les temps de calculs.